

Учебный модуль  
**ОСНОВЫ ЛОГИКИ**

2012 - 2013

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Алгебра логики: введение.....	3
1.1. Этапы развития логики как науки.....	3
1.2. Формы абстрактного мышления .....	3
1.3. Основные логические операции.....	4
2. Логические функции.....	7
2.1. Таблицы истинности логических операций .....	7
2.2. Логическая формула .....	7
2.3. Приоритет выполнения логических операций .....	8
2.4. Построение таблиц истинности .....	8
3. Основные законы алгебры логики и упрощение логических формул .....	9
4. Решение заданий по информатике с использованием алгебры логики ....	10
5. Задачи для самостоятельного решения.....	15
Литература.....	19

## 1. Алгебра логики: введение

### 1.1. Этапы развития логики как науки

*Логика* – наука, изучающая законы и формы мышления.

1-й этап её развития связан с работами учёного и философа Аристотеля (384–322 гг. до н.э.). Он пытался найти ответ на вопрос «Как мы рассуждаем?», изучал правила мышления. Он впервые заложил систематические основы *формальной логики* – науки о законах и формах мышления (понятиях, суждениях, умозаклчениях).

2-й этап. Немецкий учёный и философ Готфрид Вильгельм\_Лейбниц (1646–1716 гг.) построил первые логические исчисления высказываний. Он является основателем *математической логики* – науки о логических связях и отношениях, лежащих в основе дедуктивного (логического) вывода.

3-й этап. Джордж Буль (1815–1864 гг.) развил идеи Г. Лейбница. В его работах логика обрела свой алфавит, орфографию и грамматику. Дж. Буль считается основоположником математической логики, как самостоятельной дисциплины. Начальный раздел её называют *булевой алгеброй* или *алгеброй логики*.

### 1.2. Формы абстрактного мышления

Основные формы абстрактного мышления: понятие, суждение, умозаклчение.

*Понятие* – это форма мышления, в которой отражаются существенные признаки отдельного предмета или класса однородных предметов (школа, солнце, угол, уравнение).

*Суждение* (в математической логике – *логическое высказывание*) – повествовательное предложение, в котором что-либо утверждается или отрицается о предметах. Суждения являются истинными или ложными повествовательными предложениями.

Высказывания, образованные из других высказываний с помощью логических связок, называются *составными* (сложными). Высказывания, не являющиеся составными, называются *элементарными*.

Например, предложение «8 – четное число» является истинным простым высказыванием. Предложение «Рим – столица России» – ложное высказывание. Предложение «Пришла весна, и прилетели грачи» – сложное высказывание.

Предложение «Уходя, гасите свет» не является высказыванием. Вопросительные и восклицательные предложения также не являются высказываниями, поскольку говорить об их истинности или ложности не имеет смысла.

*Умозаключение* – приём мышления, при помощи которого из исходного знания получается новое знание; из одного или нескольких истинных суждений (посылок) по определённым правилам вывода получается заключение.

**Пример.** Все металлы простые вещества. Литий – металл. Следовательно, литий – простое вещество.

*Алгебра логики* – это математический аппарат, с помощью которого записывают (кодируют), упрощают, вычисляют и преобразовывают логические высказывания.

Алгебра логики рассматривает любое высказывание только с одной точки зрения – является ли оно истинным или ложным.

### 1.3. Основные логические операции

Элементарные высказывания объединяются в составные с помощью логических операций. Каждая логическая операция имеет свое название и обозначение и реализуется с помощью логической связки.

*Логические связки* – это употребляемые в разговорной речи слова и словосочетания «не», «и», «или», «если..., то», «тогда и только тогда» и другие. Они позволяют из уже заданных высказываний строить новые высказывания.

Например, из элементарных высказываний «Смирнов – повар», «Смирнов – футболист» при помощи связки «и» можно получить составное высказывание «Смирнов – повар и футболист», понимаемое как «Смирнов – повар, хорошо играющий в футбол».

Истинность или ложность получаемых таким образом составных высказываний зависит от истинности или ложности элементарных высказываний.

В математической логике не рассматривается содержание высказывания, важно только, истинно оно или ложно.

Для работы с логическими высказываниями им присваивают имена (А, В, С...). А, В, С... – *логические переменные*. Логические переменные могут

принимать только одно из двух значений – «истина» или «ложь» («1» или «0»).

### Примеры.

**A** = «У кошки четыре лапы» – истинное высказывание (**A**=1);

**B** = «Москва расположена на двух холмах» – ложное высказывание (**B**=0).

С помощью логических переменных и символов логических операций любое высказывание можно формализовать, то есть заменить логической формулой.

Рассмотрим пять основных логических операций.

Конъюнкция	Дизъюнкция	Инверсия	Импликация	Эквиваленция
Логическое умножение	Логическое сложение	Отрицание	Логическое следование	Равносильность
<b>И, •, ∧, &amp;, and</b>	<b>ИЛИ, +, ∨, !, or</b>	<b>НЕ, ¬, not</b>	<b>Если..., ТО..., ...влечет..., →</b>	Необходимо и достаточно, ...равносильно..., ⇔
истинна тогда и только тогда, когда истины оба высказывания.	истинна тогда и только тогда, когда истинно хотя бы одно из высказываний.	истинна, когда это высказывание ложно, и ложно, когда это высказывание истинно.	ложно тогда и только тогда, когда посылка истинна, а заключение ложно.	истинно тогда и только тогда, когда значения простых высказываний совпадают.
<b>C</b> = «Саша летом отправится в горы». <b>D</b> = «Саша поедет летом на море». <b>C ∧ D</b> = «Саша летом побывает и на море, и в горах».	<b>A</b> = «В школу я еду на автобусе». <b>B</b> = «В школу я еду на трамвае». <b>A ∨ B</b> = «В школу я еду на автобусе ИЛИ В школу я еду на трамвае».	<b>A</b> = «В школе я изучаю английский язык». <b>¬A</b> = «В школе я не изучаю английский язык».	<b>A</b> = «Данный четырёхугольник – квадрат». <b>B</b> = «Около данного четырёхугольника можно описать окружность». <b>A → B</b> = «Если данный четырёхугольник квадрат, то около него можно описать окружность».	<b>A</b> = «24 делится на 6». <b>B</b> = «24 делится на 3». <b>A ⇔ B</b> = «24 делится на 6 тогда и только тогда, когда 24 делится на 3».

**Замечание:** как импликация связывает два элементарных высказывания? Пусть **A** = «данный четырёхугольник – квадрат» и **B** = «около данного четырёхугольника можно описать окружность». Составное высказывание **A → B** = «Если данный четырёхугольник квадрат, то около

*него можно описать окружность*». Есть **три варианта**, когда это высказывание истинно:

1) **A** истинно и **B** истинно, то есть данный четырёхугольник квадрат, и около него можно описать окружность;

2) **A** ложно и **B** истинно, то есть данный четырёхугольник не является квадратом, но около него можно описать окружность (разумеется, это справедливо не для всякого четырёхугольника);

3) **A** ложно и **B** ложно, то есть данный четырёхугольник не является квадратом, и около него нельзя описать окружность.

**Ложен только один вариант**, когда **A** истинно, а **B** ложно, то есть данный четырёхугольник является квадратом, но около него нельзя описать окружность.

## 2. Логические функции

### 2.1. Таблицы истинности логических операций

*Таблица истинности* – это табличное представление логической операции, в котором перечислены все возможные сочетания значений истинности входных переменных вместе со значением истинности выходного результата операции для каждого из этих сочетаний.

A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$\neg A$	$A \rightarrow B$	$A \leftrightarrow B$
0	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	0	0
1	1	1	1	0	1	1

При помощи составления таблиц истинности доказывают справедливость логических формул.

*Импликацию* можно выразить через дизъюнкцию и отрицание:

$$A \rightarrow B = \overline{A} \vee B.$$

*Эквиваленцию* можно выразить через инверсию, дизъюнкцию и конъюнкцию:

$$A \leftrightarrow B = (\overline{A} \vee B) \wedge (\overline{B} \vee A).$$

Таким образом, **операций инверсии, дизъюнкции и конъюнкции достаточно, чтобы описывать и обрабатывать логические высказывания** на основании законов алгебры логики.

### 2.2. Логическая формула

Всякая логическая переменная и символы «истина» («1») и «ложь» («0») – *формулы*.

Если **A** и **B** – формулы, то **A**, **(A • B)**, **(A + B)**, **A → B** и т.п. – формулы.

Никаких других формул в алгебре логики нет.

Среди логических формул особое место занимают те, в таблице истинности которых либо одни единицы, либо только нули. Это означает, что высказывание либо всегда истинно, либо ложно, независимо от истинности входящих в него высказываний. Например, высказывание **A ∨ A** всегда

истинно, а высказывание  $A \wedge A$  всегда ложно. Доказать это можно, составив таблицу истинности этих высказываний.

Сложные высказывания, истинные при любых значениях входящих в них других высказываний, называются *тождественно истинными*, а высказывания, ложные при любых значениях входящих в них других высказываний, называются *тождественно ложными*.

Тождественно истинные или тождественно ложные высказывания, если они встречаются в формулах, заменяются в них, соответственно единицей или нулем.

### 2.3. Приоритет выполнения логических операций

Порядок выполнения логических операций определяется их приоритетом. Ниже перечислены операции, расположенные по убыванию приоритета:

- операция в скобках;
- отрицание;
- логическое умножение (конъюнкция);
- логическое сложение (дизъюнкция);
- импликация;
- эквиваленция.

### 2.4. Построение таблиц истинности

При построении таблиц истинности пользуются следующим алгоритмом.

1. Определить число переменных.
2. Определить число строк в таблице истинности.
3. Записать все возможные значения переменных.
4. Определить количество логических операций и их порядок.
5. Записать логические операции в таблицу истинности и определить для каждой значение.



### 3. Основные законы алгебры логики и упрощение логических формул

Свойства констант:	$\bar{0} = 1$	$\bar{1} = 0$
	$A \vee 0 = A$	$A \wedge 0 = 0$
	$A \vee 1 = 1$	$A \wedge 1 = A$
Закон тождества:	$A = A$	
Закон непротиворечия:	$A \wedge \bar{A} = 0$	
Закон исключенного третьего:	$A \vee \bar{A} = 1$	
Закон двойного отрицания:	$\overline{\bar{A}} = A$	
Законы идемпотентности:	$A \vee A = A$	
	$A \wedge A = A$	
Законы коммутативности:	$A \vee B = B \vee A$	
	$A \wedge B = B \wedge A$	
Законы ассоциативности:	$A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C$	
	$A \wedge (B \wedge C) = (A \wedge B) \wedge C$	
Законы дистрибутивности:	$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$	
	$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$	
Законы поглощения:	$A \vee (A \wedge B) = A$	
	$A \wedge (A \vee B) = A$	
Законы де Моргана:	$\overline{A \vee B} = \bar{A} \wedge \bar{B}$	
	$\overline{A \wedge B} = \bar{A} \vee \bar{B}$	

Законы алгебры логики используют для равносильных преобразований логических формул. Равносильные преобразования логических формул имеют то же назначение, что и преобразования формул в алгебре. Они служат для упрощения формул или приведения их к определённому виду путем использования основных законов алгебры логики.

*Упрощение формулы*, не содержащей операций импликации и эквиваленции, это равносильное преобразование, приводящее к формуле, которая либо содержит по сравнению с исходной меньшее число операций конъюнкции и дизъюнкции и не содержит отрицаний неэлементарных формул, либо содержит меньшее число вхождений переменных.

В следующем параграфе рассмотрим упрощение логических формул на примерах.

## 4. Решение заданий по информатике с использованием алгебры логики

### 4.1. Построить таблицу истинности логической функции:

$$F(A, B, C) = A \vee (\bar{C} \wedge B)$$

Определить количество переменных (N) в логической функции.  $N = 3$

Определить количество строк (Q) в таблице:  $Q = 2^3 = 8$

$$Q = 2^N$$

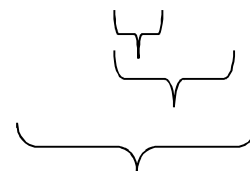
Определить количество логических операций (K) и последовательность их выполнения.

$$F(A, B, C) = A \vee (\bar{C} \wedge B)$$

1

2

3

 $K = 3$ 

Определить количество столбцов:  $N + K = 6$

$$N + K$$

Заполнить таблицу исходными данными

1. Разделить колонку значений первой переменной пополам и заполнить верхнюю половину 0, нижнюю половину 1.

A	B	C	1	2	3
0					
0					
0					
0					
1					
1					
1					
1					

2. В следующей колонке для второй переменной заполнить четырьмя группами 0 и 1, начиная опять с группы 0.

A	B	C	1	2	3
0	0				
0	0				
0	1				
0	1				
1	0				
1	0				
1	1				
1	1				

3. Продолжать до тех пор, пока группы 0 и 1 не будут состоять из одного символа.

A	B	C	1	2	3
0	0	0			
0	0	1			
0	1	0			
0	1	1			
1	0	0			
1	0	1			
1	1	0			
1	1	1			

Выполнить логические операции для каждого столбца.

A	B	C	1	2	3
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1

**4.2.** Три друга обсуждали историю Нового года, при этом каждый сказал следующее:

- «Празднование Нового года с 1 января установили во Франции в 45 году до Рождества Христова (Юлием Цезарем)»,
- «Празднование Нового года с 1 января установили римляне в 1659 году указом Карла IX»,
- «Празднование Нового года с 1 января установили во 2-м веке и не французы».

Оказавшийся рядом знаток истории сказал, что каждый из них прав только в одном из двух высказанных предложений. Где и в какое время было установлено празднование Нового года с 1 января?

Введем обозначения:

Ф – французы

Р – римляне

К – Карл IX в 1659 г.

Ц – Цезарь

В – 2-й век

Запишем логическую формулу:

$$(Ф \wedge \neg Ц \vee \neg Ф \wedge Ц) \wedge (Р \wedge \neg К \vee \neg Р \wedge К) \wedge (\neg В \wedge \neg Ф \vee Ф \wedge В).$$

Упростим логическую формулу, воспользовавшись распределительным законом:

$$\begin{aligned} & (Ф \wedge \neg Ц \vee \neg Ф \wedge Ц) \wedge (Р \wedge \neg К \vee \neg Р \wedge К) \wedge (\neg В \wedge \neg Ф \vee Ф \wedge В) = \\ & = ((Ф \wedge \neg Ц \vee \neg Ф \wedge Ц) \wedge Р \wedge \neg К \vee (Ф \wedge \neg Ц \vee \neg Ф \wedge Ц) \wedge \neg Р \wedge К) \wedge \\ & \quad \wedge (\neg В \wedge \neg Ф \vee Ф \wedge В) = \\ & (Ф \wedge \neg Ц \wedge Р \wedge \neg К \vee \neg Ф \wedge Ц \wedge Р \wedge \neg К \vee Ф \wedge \neg Ц \wedge \neg Р \wedge К \vee \neg Ф \wedge Ц \wedge \\ & \quad \wedge \neg Р \wedge К) \wedge (\neg В \wedge \neg Ф \vee Ф \wedge В) = [Ф \wedge Р = 0, Ц \wedge К = 0] = \\ & = (\neg Ф \wedge Ц \wedge Р \wedge \neg К \vee Ф \wedge \neg Ц \wedge \neg Р \wedge К) \wedge (\neg В \wedge \neg Ф \vee Ф \wedge В) = \\ & = (\neg Ф \wedge Ц \wedge Р \wedge \neg К \vee Ф \wedge \neg Ц \wedge \neg Р \wedge К) \wedge \neg В \wedge \neg Ф \vee (\neg Ф \wedge Ц \wedge \\ & \quad \wedge Р \wedge \neg К \vee Ф \wedge \neg Ц \wedge \neg Р \wedge К) \wedge Ф \wedge В = \\ & = [Ф \wedge \neg Ф = 0, \neg Ф \wedge \neg Ф = \neg Ф, Ф \wedge Ф = Ф] = \\ & = \neg Ф \wedge Ц \wedge Р \wedge \neg К \wedge \neg В \vee Ф \wedge \neg Ц \wedge \neg Р \wedge К \wedge В = \\ & = (\neg Ф \wedge Ц \wedge Р \wedge \neg К \vee Ф \wedge \neg Ц \wedge \neg Р \wedge К) \wedge (\neg В \wedge \neg Ф \vee Ф \wedge В) = \\ & = (\neg Ф \wedge Ц \wedge Р \wedge \neg К \vee Ф \wedge \neg Ц \wedge \neg Р \wedge К) \wedge \neg В \wedge \neg Ф \vee \\ & \quad \vee (\neg Ф \wedge Ц \wedge Р \wedge \neg К \vee Ф \wedge \neg Ц \wedge \neg Р \wedge К) \wedge Ф \wedge В = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= [\Phi \wedge \text{не}\Phi = 0, \text{не}\Phi \wedge \text{не}\Phi = \text{не}\Phi, \Phi \wedge \Phi = \Phi] = \\
&= \text{не}\Phi \wedge \Pi \wedge P \wedge \text{не}K \wedge \text{не}B \vee \Phi \wedge \text{не}\Pi \wedge \text{не}P \wedge K \wedge B = [K \wedge B = 0] = \\
&= \Pi \wedge P \wedge \text{не}K \wedge \text{не}B \wedge \text{не}\Phi.
\end{aligned}$$

Эта формула принимает значение «Истинно» только при значениях  $\Pi=1$ ,  $P=1$ ,  $K=0$ ,  $B=0$ ,  $\Phi=0$ .

**Ответ:** празднование Нового года с 1 января установили римляне в 45 году до Рождества Христова (благодаря введению нового календаря Юлием Цезарем).

#### 4.3. Упростить логическую формулу.

а)

$$\overline{x \vee y} \cdot (x \cdot \bar{y}) = \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot (x \cdot \bar{y}) = \bar{x} \cdot x \cdot \bar{y} \cdot \bar{y} = 0 \cdot \bar{y} \cdot \bar{y} = 0 \cdot \bar{y} = 0$$

Использованы: закон де Моргана, сочетательный закон, правило операций переменной с её инверсией и правило операций с константами.

б)

$$\bar{x} \cdot y \vee \overline{x \vee y} \vee x = \bar{x} \cdot y \vee \bar{x} \cdot \bar{y} \vee x = \bar{x} \cdot (y \vee \bar{y}) \vee x = \bar{x} \vee x = 1$$

Использованы: закон де Моргана, вынесение общего множителя за скобки, правило операций переменной с её инверсией.

в)

$$(x \vee y) \cdot (\bar{x} \vee y) \cdot (\bar{x} \vee \bar{y}) = (x \vee y) \cdot (\bar{x} \vee y) \cdot (\bar{x} \vee y) = y \cdot \bar{x}$$

Повторяется второй сомножитель (разрешено законом идемпотенции), комбинируются два первых и два последних сомножителя и используется закон склеивания.

г)

$$\begin{aligned}
&x \cdot \bar{y} \vee \bar{x} \cdot y \cdot z \vee x \cdot z = x \cdot \bar{y} \vee \bar{x} \cdot y \cdot z \vee x \cdot z \cdot (y \vee \bar{y}) = \\
&= x \cdot \bar{y} \vee \bar{x} \cdot y \cdot z \vee x \cdot y \cdot z \vee x \cdot \bar{y} \cdot z = (x \cdot \bar{y} \vee x \cdot \bar{y} \cdot z) \vee (\bar{x} \cdot y \cdot z \vee x \cdot y \cdot z) = \\
&= x \cdot \bar{y} \vee y \cdot z
\end{aligned}$$

Вводится вспомогательный логический сомножитель  $(y \vee \bar{y})$ ; затем комбинируются два крайних и два средних логических слагаемых и используется закон поглощения.

д)

$$\overline{x \cdot y \vee z} = \overline{x \cdot y} \cdot \bar{z} = (\bar{x} \vee \bar{y}) \cdot z$$

Использованы: дважды закон де Моргана (теперь отрицанию подвергаются только отдельные переменные, а не их комбинации), закон двойного отрицания.

е)

$$x \cdot y \vee x \cdot y \cdot z \vee x \cdot z \cdot p = x \cdot (y \cdot (1 \vee z) \vee z \cdot p) = x \cdot (y \vee z \cdot p)$$

Выносятся за скобки общие множители, применяется правило операций с константами.

ж)

$$\begin{aligned} x \vee \overline{y \cdot z} \vee \overline{x \vee y \vee z} &= x \vee \bar{y} \vee \bar{z} \vee \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} = x \vee \bar{y} \vee z \vee x \cdot \bar{y} \cdot z = \\ &= x \vee z \vee (\bar{y} \vee x \cdot \bar{y} \cdot z) = x \vee z \vee \bar{y} \end{aligned}$$

К отрицаниям неэлементарных формул применяется закон де Моргана, используются законы двойного отрицания и склеивания.

з)

$$\begin{aligned} x \cdot y \vee x \cdot y \cdot z \vee x \cdot y \cdot z \vee x \cdot y \cdot z &= x \cdot (y \vee y \cdot z \vee y \cdot z \vee y \cdot z) = \\ &= x \cdot ((y \vee y \cdot z) \vee (y \cdot z \vee y \cdot z)) = x \cdot (y \vee y \cdot z \vee 1) = x \cdot 1 = x \end{aligned}$$

Общий множитель  $x$  выносится за скобки, комбинируются слагаемые в скобках — первое с третьим и второе с четвертым, в упрощении дизъюнкции используется свойства констант.

## 5. Задачи для самостоятельного решения

1. В чём различия между формальной логикой и алгеброй логики?
2. Назвать основные операции алгебры логики и их свойства.
3. Какие законы математики используются в алгебре логики?
4. Определите предложения, являющиеся высказываниями, и их истинность:
  - а) Где находится нофелет?
  - б)  $16 < 56$ .
  - в) Посмотри в окно.
  - г) Глупых вопросов не бывает.
  - д)  $H_2O + SO_3 = H_2SO_4$ .
5. Записать формулу логического высказывания:
  - а) «Если у меня будет свободное время и не будет дождя, то я не буду писать сочинение, а пойду на дискотеку»;
  - б) «Без Вас хочу сказать Вам много, При Вас я слушать Вас хочу».
6. Из двух простых высказываний постройте сложное высказывание, используя логические связки «и», «или»:
  - а) В кабинете есть парты. В кабинете есть стулья.
  - б) Одна половина класса изучает английский язык. Вторая половина изучает французский язык.
  - в) Антон старше Лили. Сережа старше Лили.
7. Вычислите значение логического выражения при следующих значениях логических величин А, В и С: А=Истина, В=Ложь, С=Ложь:
  - а) А или В;
  - б) А и В;
  - в) В или С.
8. Вычислите значение логического выражения при следующих значениях логических величин Х, Y и Z: Х=Истина, Y=Истина, Z=Ложь:
  - а) не Х и Y;
  - б) Х или не Y;
  - в) Х или Y и Z.
9. Вычислите значение логического выражения при следующих значениях логических величин А, В и С: А=Истина, В=Ложь, С=Ложь:
  - а) А или не (А и В) или С;
  - б) не А или А и (В или С);
  - в) (А или В и не С) и С.

10. Определите тип высказывания и вид логической операции с соответствующей логической связкой:

- а) Всякий прямоугольник имеет прямые углы и параллельные противоположные стороны;
- б) Треугольники с равными сторонами не являются равнобедренными;
- в) На следующем уроке будет либо история, либо химия;
- г) Завтра я пойду в школу и библиотеку;
- д) Либо он заболел, либо забыл о нашей договорённости;
- е) Утром мы обычно ходим на лыжах или катаемся на коньках.

11. Используя логические операции, запишите высказывания в виде логических выражений:

- а) неверно, что  $0 < x < 3$  и  $y > 5$ ;
- б)  $z$  является  $\min(x, y, z)$ ;
- в)  $x$  не является  $\min(x, y)$ .

12. Как будет выглядеть логическое выражение, которое опишет интервал  $x \in [-2, 10]$ ?

13. Запишите в виде логической формулы высказывания:

- а) Число является простым, если оно делится только на единицу и само на себя.
- б) Спортсмен подлежит дисквалификации, если он некорректно ведёт себя по отношению к сопернику или судье или принимал «допинг».

14. Укажите ошибку в записи одного из трёх тождеств, приведите правильную запись тождества:

а)  $a \vee \neg a = 1$

б)  $c \vee c \vee c \vee \dots \vee c = c$

в)  $x \wedge x \wedge x \wedge \dots \wedge x = 1$

15. В нарушении правил обмена валюты подозреваются четыре работника банка А, В, С и D. Известно, что:

- а) если А нарушил, то и В нарушил;
- б) если В нарушил, то и С нарушил или А не нарушал;
- в) если D не нарушил, то А нарушил, а С не нарушал;
- г) если D нарушил, то А нарушил.

16. В каких магазинах организована распродажа, если истинны два высказывания: «Неверно, что если магазин А организует распродажу, то и С тоже» и «Из двух магазинов В и С организует распродажу только один».



17. Какие фирмы организуют выставки, если истинны два высказывания: «Фирма А организует выставку, а фирма С не организует» и «Если фирма В организует, то фирма С тоже организует».

18. Приведите по два примера сложных истинных и сложных ложных высказываний из курса математики.

19. Для формулы  $A \wedge (B \vee \bar{B} \wedge \bar{C})$  построить таблицу истинности.

20. Указать логическое выражение, равносильное выражению

$$A \wedge \neg(\neg B \vee C).$$

а)  $B \vee \neg C$ ;

б)  $A \vee \neg B \vee \neg C$ ;

в)  $A \wedge B \wedge \neg C$ ;

г)  $A \wedge \neg B \wedge C$ .

21. Вычислить:  $((X \vee Y) \rightarrow Y) \wedge (Z \wedge Y) \rightarrow Y$ .

22. Вычислить:  $((X \vee Y) \rightarrow Y) \wedge (1 \vee Y) \rightarrow Y$ .

23. Доказать тождество формул  $A \rightarrow B$  и  $\neg B \rightarrow \neg A$ .

24. Доказать тождество формул  $A \Leftrightarrow B$  и  $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$ .

25. Упростить логическую функцию

$$F = \neg A \vee \neg(A \vee B) \vee \neg(B \wedge \neg(A \wedge B)).$$

26. Упростить логическую функцию  $F = \neg(A \vee B \vee \neg(A \wedge B)) \vee \neg(B \vee A)$ .

27. Определить, в какой комнате находится подарок, если на двери первой комнаты написано «за этой дверью есть подарок», на двери второй комнаты – «подарок за обеими дверями», и известно, что надпись на одной из дверей истинна, а на другой ложна.

28. В школьном первенстве по настольному теннису в четверку лучших вошли девушки: Наташа, Маша, Люда и Рита. Самые горячие болельщики высказали свои предположения о распределении мест в дальнейших состязаниях. Один считает, что первой будет Наташа, а Маша будет второй. Другой болельщик на второе место прочит Люду, а Рита, по его мнению, займет четвертое место. Третий любитель тенниса с ними не согласился. Он считает, что Рита займет третье место, а Наташа будет второй. Когда соревнования закончились, оказалось, что каждый из болельщиков был прав только в одном из своих прогнозов. Какое место на чемпионате заняли Наташа, Маша, Люда, Рита?

29. Виктор, Роман, Леонид и Сергей заняли на математической олимпиаде четыре первых места. Когда их спросили о распределении мест, они дали три таких ответа:

Сергей – первый, Роман – второй;

Сергей – второй, Виктор – третий;

Леонид – второй, Виктор – четвертый.

Известно, что в каждом ответе только одно утверждение истинно. Как распределились места?

30. Виновник ночного дорожно-транспортного происшествия скрылся с места аварии. Первый из опрошенных свидетелей сказал работникам ГИБДД, что марка машины нарушителя – «Жигули», первая цифра номера машины – единица. Второй свидетель сказал, что машина была марки «Москвич», а номер начинался с семерки. Третий свидетель сказал, что машина была иностранная, номер начинался не с единицы. При дальнейшем рассмотрении выяснилось, что каждый из свидетелей правильно указал либо марку машины, либо первую цифру номера. Какой марки была машина, и с какой цифры начинался номер?

## Литература

1. Андреева Е.В. Математические основы информатики. Элективный курс: Учебное пособие / Е.В. Андреева, Л.Л. Босова, И.Н. Фалина – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005.
2. Андреева Е.В. Математические основы информатики: метод. пособие / Е.В. Андреева, Л.Л. Босова, И.Н. Фалина, национальный фонд подготовки кадров – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007.
3. Босова Л.Л., Савельева В.С. Разноуровневые дидактические материалы по информатике. Кн. 2. Основы логики. Алгоритмизация. – М.: Образование и информатика, 2001.
4. Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика: Учеб.пособие для вузов. – М. , Наука, 1987.
5. Кнут Д.Э. Искусство программирования, тт.1–3, 3-е изд.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2000.
6. Колмогоров А.Н., Драгалин А.Г. Математическая логика. Изд. 3-е, стереотипное. – М.: КомКнига, 2006.
7. Кузнецов О. П., Адельсон-Вельский Г. М. Дискретная математика для инженера – М.: Энергоатомиздат, 1988.
8. Павлова Н.Н. Логические задачи // Информатика и образование. – 1999. №1.
9. Хан А.К. Способы решения логических задач // Информатика и образование. – 2003. №5.